



Flachschule Narrenhochburg  
University of Denied Sciences

<https://www.prof-mueller.net/noteninflation>

Prof. Dr. Werner Müller

Investition und Finanzierung

<https://www.prof-mueller.net/beruf/investition-und-finanzierung/>

7. dynamische Verfahren

# Anwendungsbeispiel:

- Ein Bäckermeister möchte sich mit 65 zur Ruhe setzen. Sein Geselle hat gerade die Meisterprüfung bestanden und will den Betrieb fortführen.

# Anwendungsbeispiel:

- Ein Bäckermeister möchte sich mit 65 zur Ruhe setzen. Sein Geselle hat gerade die Meisterprüfung bestanden und will den Betrieb fortführen.
- Sie einigen sich, dass der Jung-Meister den Mietvertrag für die Geschäftsräume übernimmt und für die Betriebs- und Geschäftsausstattung (BGA) dem Alt-Meister eine lebenslange Rente von monatlich 1.000 € und nach seinem Tod der Wittwe eine Rente von 500 € zahlt.

# Anwendungsbeispiel:

- Ein Bäckermeister möchte sich mit 65 zur Ruhe setzen. Sein Geselle hat gerade die Meisterprüfung bestanden und will den Betrieb fortführen.
- Sie einigen sich, dass der Jung-Meister den Mietvertrag für die Geschäftsräume übernimmt und für die Betriebs- und Geschäftsausstattung (BGA) dem Alt-Meister eine lebenslange Rente von monatlich 1.000 € und nach seinem Tod der Wittwe eine Rente von 500 € zahlt.
- Nach dem Statistischen Bundesamt hat der Alt-Meister noch eine Rest-Lebenserwartung von 20 Jahren, seine Frau von 25 Jahren.

# Anwendungsbeispiel:

- Ein Bäckermeister möchte sich mit 65 zur Ruhe setzen. Sein Geselle hat gerade die Meisterprüfung bestanden und will den Betrieb fortführen.
- Sie einigen sich, dass der Jung-Meister den Mietvertrag für die Geschäftsräume übernimmt und für die Betriebs- und Geschäftsausstattung (BGA) dem Alt-Meister eine lebenslange Rente von monatlich 1.000 € und nach seinem Tod der Wittve eine Rente von 500 € zahlt.
- Nach dem Statistischen Bundesamt hat der Alt-Meister noch eine Rest-Lebenserwartung von 20 Jahren, seine Frau von 25 Jahren.
- Mit welchen Anschaffungskosten muss der Jung-Meister die BGA in der Eröffnungsbilanz ansetzen?

# Lösungshinweise:

- Es liegen zwei Renten vor:
- Übernahmerente des Alt-Meisters: 1.000 €  20 J.

# Lösungshinweise:

- Es liegen zwei Renten vor:
- Übernahmerente des Alt-Meisters: 1.000 € □ 20 J.
- Hinterbliebenenrente der Ehefrau: 500 € □ 5 Jahre, aber erst später gezahlt

# Lösungshinweise:

- Es liegen zwei Renten vor:
- Übernahmerente des Alt-Meisters: 1.000 € □ 20 J.
- Hinterbliebenenrente der Ehefrau: 500 € □ 5 Jahre,  
aber erst später gezahlt  
oder
- Rente des Alt-Meisters: 500 € □ 20 J.
- Rente der Ehefrau: 500 € □ 25 J.



# Lösungshinweise:

- Es liegen zwei Renten vor:
- Übernahmerente des Alt-Meisters: 1.000 € □ 20 J.
- Hinterbliebenenrente der Ehefrau: 500 € □ 5 Jahre,  
aber erst später gezahlt  
oder
- Rente des Alt-Meisters: 500 € □ 20 J.
- Rente der Ehefrau: 500 € □ 25 J.
- Renten werden monatlich vorschüssig gezahlt

# Lösungshinweise:

- Es liegen zwei Renten vor:
- Übernahmerente des Alt-Meisters: 1.000 € □ 20 J.
- Hinterbliebenenrente der Ehefrau: 500 € □ 5 Jahre,  
aber erst später gezahlt  
oder
- Rente des Alt-Meisters: 500 € □ 20 J.
- Rente der Ehefrau: 500 € □ 25 J.
- Renten werden monatlich vorschüssig gezahlt
- Gesetzlicher Zins von 4 % p.a. unterstellt

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 165.571,93$

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 165.571,93$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{61} - 1,003333}{0,003333 \cdot 1,003333^{60}}$

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 165.571,93$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{61} - 1,003333}{0,003333 \cdot 1,003333^{60}} =$   
 $27.240,03 \implies 240 \text{ Monate abzinsen}$

# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 165.571,93$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{61} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{60}} =$   
 $27.240,03 \implies 240 \text{ Monate abzinsen}$
- $27.240,03 : (1,003333)^{240} = 12.256,03$



# Lösungsweg 1:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 1.000 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 165.571,93$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{61} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{60}} =$   
 $27.240,03 \implies 240 \text{ Monate abzinsen}$
- $27.240,03 : (1,003333)^{240} = 12.256,03$
- zusammen: 177.827,96 €

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i(1+i)^n}$
- $K_0 = 500 \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333(1,003333)^{240}}$

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 82.785,96$

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i(1+i)^n}$
- $K_0 = 500 \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333(1,003333)^{240}}$   
 $= 82.785,96$
- $K_0 = 500 \frac{(1,003333)^{301} - 1,003333}{0,003333(1,003333)^{300}}$

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i \cdot (1+i)^n}$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333 \cdot (1,003333)^{240}}$   
 $= 82.785,96$
- $K_0 = 500 \cdot \frac{(1,003333)^{301} - 1,003333}{0,003333 \cdot 1,003333^{300}} =$   
 $95.042,00$

## Lösungsweg 2:

- Anfangskap.:  $K_0 = \text{Rate} \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i(1+i)^n}$
- $K_0 = 500 \frac{(1,003333)^{241} - 1,003333}{0,003333(1,003333)^{240}}$   
 $= 82.785,96$
- $K_0 = 500 \frac{(1,003333)^{301} - 1,003333}{0,003333(1,003333)^{300}} =$   
 $95.042,00$
- zusammen: 177.827,96 €

## weiteres Beispiel:

Ein Unternehmer will einen PKW leasen,

- Anzahlung: 5.000 €
- monatliche Rate: 500 € über 48 Monate
- Restkaufpreis: 15.000 € (Markt = 18.000 €)

oder für 4 % / 48 Monate über die Bank finanzieren.

- Kaufpreis: 39.900 €    Rate: 900,90 €  
   letzte Rate: 901,12 €

was ist günstiger?



# Formeln:

Auf- und Abzinsungssumme (endfällig):

- Endkapital: 
$$K_n = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- Anfangskap.: 
$$K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$

- Umwandlung: 
$$\text{Rate} = K_0 \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

# Kapitel : Kapitalwert

- Kapital = Bruttogröße Symbol:  $K_0$   
(Gegenwartswert)

# Kapitel : Kapitalwert

- Kapital = Bruttogröße      Symbol:  $K_0$   
(Gegenwartswert)
- Kapitalwert = Nettogröße      Symbol:  $C_0$   
(zum Investitionszeitpunkt)

# Kapitel : Kapitalwert

- Kapital = Bruttogröße      Symbol:  $K_0$   
(Gegenwartswert)
- Kapitalwert = Nettogröße      Symbol:  $C_0$   
(zum Investitionszeitpunkt)

Aufgaben:

- Zeitraumgrößen abzinsen + aufsummieren

# Kapitel : Kapitalwert

- Kapital = Bruttogröße      Symbol:  $K_0$   
(Gegenwartswert)
- Kapitalwert = Nettogröße      Symbol:  $C_0$   
(zum Investitionszeitpunkt)

Aufgaben:

- Zeitraumgrößen abzinsen + aufsummieren
- Restwert (Zeitpunkt) abzinsen

# Kapitel : Kapitalwert

- Kapital = Bruttogröße      Symbol:  $K_0$   
(Gegenwartswert)
- Kapitalwert = Nettogröße      Symbol:  $C_0$   
(zum Investitionszeitpunkt)

## Aufgaben:

- Zeitraumgrößen abzinsen + aufsummieren
- Restwert (Zeitpunkt) abzinsen
- Anschaffungskosten unverändert (schon aktuell)

# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a

# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a
	(Endfälligkeit unterstellt)	



# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a
	(Endfälligkeit unterstellt)	
Investition	Auszahlung für Investition (ggf. negativ bei Subvention)	A

# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a
	(Endfälligkeit unterstellt)	
Investition	Auszahlung für Investition (ggf. negativ bei Subvention)	A
Restwert	Restwert (ggf. negativ)	R

# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a
	(Endfälligkeit unterstellt)	
Investition	Auszahlung für Investition (ggf. negativ bei Subvention)	A
Restwert	Restwert (ggf. negativ)	R
Zinssatz (WACC)	Kapitalisierungszinssatz	i

# Vergleich: statisch / dynamisch

Gewinnvergleich	Kapitalwert	Symbol
lfd. Ertrage	Einnahmen der Periode	e
lfd. Aufwand	Ausgaben der Periode	a
	(Endfälligkeit unterstellt)	
Investition	Auszahlung für Investition (ggf. negativ bei Subvention)	A
Restwert	Restwert (ggf. negativ)	R
Zinssatz (WACC)	Kapitalisierungszinssatz	i
Nutzungsdauer	Anzahl der Nutzungsperioden	n

# Zwei-Zahlungs-Fall

- z.B. Spekulationsgewinn  
ohne lfd. Einnahmen / Ausgaben

# Zwei-Zahlungs-Fall

- z.B. Spekulationsgewinn  
ohne lfd. Einnahmen / Ausgaben
- einfachster Fall des Kapitalwertes

# Zwei-Zahlungs-Fall

- z.B. Spekulationsgewinn  
ohne lfd. Einnahmen / Ausgaben
- einfachster Fall des Kapitalwertes
- Restwert  $>$  Anschaffungskosten

# Zwei-Zahlungs-Fall

- z.B. Spekulationsgewinn  
ohne lfd. Einnahmen / Ausgaben
- einfachster Fall des Kapitalwertes
- Restwert  $>$  Anschaffungskosten
- Gewinn groß genug? ( Kapitalbindung ! )



# Zwei-Zahlungs-Fall

- z.B. Spekulationsgewinn  
ohne lfd. Einnahmen / Ausgaben
- einfachster Fall des Kapitalwertes
- Restwert  $>$  Anschaffungskosten
- Gewinn groß genug? ( Kapitalbindung ! )
- mit anderen Investitionen vergleichbar machen

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.
- Der Verzicht auf schnellen Umsatz wirkt wie eine Investition. Keine lfd. Kosten

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.
- Der Verzicht auf schnellen Umsatz wirkt wie eine Investition. Keine lfd. Kosten  
=> Zwei-Zahlungs-Fall

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.
- Der Verzicht auf schnellen Umsatz wirkt wie eine Investition. Keine lfd. Kosten  
=> Zwei-Zahlungs-Fall
- Annahme 4 % Zinsen => Abzinsung mit  $1,04^{10}$

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.
- Der Verzicht auf schnellen Umsatz wirkt wie eine Investition. Keine lfd. Kosten  
=> Zwei-Zahlungs-Fall
- Annahme 4 % Zinsen => Abzinsung mit  $1,04^{10}$
- $5 \cdot 10.000 : 1,4802442849 - 2 \cdot 10.000$

# Beispiel

- Ein Winzer kann 10.000 Liter Wein für 2 € je Liter verkaufen. Er könnte ihn auch 10 Jahre im Keller lassen und ihn dann für 5 € je Liter verkaufen.
- Der Verzicht auf schnellen Umsatz wirkt wie eine Investition. Keine lfd. Kosten  
=> Zwei-Zahlungs-Fall
- Annahme 4 % Zinsen => Abzinsung mit  $1,04^{10}$
- $5 \square 10.000 : 1,4802442849 - 2 \square 10.000 = 13.778,21 \text{ €}$

# Beispiel: Zero-Bonds

	übl.	Zeitw. =
Jahre	Zinss.	Kaufpreis
5	5,00%	3.917,63
4	4,50%	
3	4,00%	
2	3,50%	
1	3,00%	
0		5.000,00



# Beispiel: Zero-Bonds

	übl.	Zeitw. =	Ertrag
Jahre	Zinss.	Kaufpreis	n. 1 J.
5	5,00%	3.917,63	275,18
4	4,50%	4.192,81	
3	4,00%		
2	3,50%		
1	3,00%		
0		5.000,00	

# Beispiel: Zero-Bonds

Jahre	übl. Zinss.	Zeitw. = Kaufpreis	= Ertrag n. 1 J.	wirkliche Verzins.
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%
4	4,50%	4.192,81		
3	4,00%			
2	3,50%			
1	3,00%			
0		5.000,00		

# Beispiel: Zero-Bonds

Jahre	übl. Zinss.	Zeitw. = Kaufpreis	= Ertrag n. 1 J.	wirkliche Verzins.	Kapitalwert
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%	153,06
4	4,50%	4.192,81			
3	4,00%				
2	3,50%				
1	3,00%				
0		5.000,00			

# Beispiel: Zero-Bonds

	übl.	Zeitw. =	Ertrag	wirkliche	
Jahre	Zinss.	Kaufpreis	n. 1 J.	Verzins.	Kapitalwert
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%	153,06
4	4,50%	4.192,81			
3	4,00%	4.444,98			
2	3,50%	4.667,55			
1	3,00%	4.854,37			
0		5.000,00			

# Beispiel: Zero-Bonds

	übl. Jahre Zinss.	Zeitw. = Kaufpreis	Ertrag n. 1 J.	wirkliche Verzins.	Kapitalwert
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%	153,06
4	4,50%	4.192,81	252,18		
3	4,00%	4.444,98	222,57		
2	3,50%	4.667,55	186,82		
1	3,00%	4.854,37	145,63		
0		5.000,00			

# Beispiel: Zero-Bonds

	übl. Jahre Zinss.	Zeitw. = Kaufpreis	Ertrag n. 1 J.	wirkliche Verzins.	Kapitalwert
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%	153,06
4	4,50%	4.192,81	252,18	6,01%	
3	4,00%	4.444,98	222,57	5,01%	
2	3,50%	4.667,55	186,82	4,00%	
1	3,00%	4.854,37	145,63	3,00%	
0		5.000,00			

# Beispiel: Zero-Bonds

	übl. Jahre Zinss.	Zeitw. = Kaufpreis	Ertrag n. 1 J.	wirkliche Verzins.	Kapitalwert
5	5,00%	3.917,63	275,18	7,02%	153,06
4	4,50%	4.192,81	252,18	6,01%	122,71
3	4,00%	4.444,98	222,57	5,01%	86,62
2	3,50%	4.667,55	186,82	4,00%	45,43
1	3,00%	4.854,37	145,63	3,00%	0,00
0		5.000,00			

# Untergruppen

- Zwei-Zahlungs-Fall
- Kapitalwert bei gleichen Raten



# Untergruppen

- Zwei-Zahlungs-Fall
- Kapitalwert bei gleichen Raten
- Kapitalwert bei ungleichen Raten

# Untergruppen

- Zwei-Zahlungs-Fall
- Kapitalwert bei gleichen Raten
- Kapitalwert bei ungleichen Raten
- Ewige Rente